

## Измерение длин отрезков и мер углов

### Задача 1

На прямой выбраны три точки  $A$ ,  $B$  и  $C$ , причём  $AB = 1$ ,  $BC = 3$ . Чему может быть равно  $AC$ ?

### Задача 2

Прямой угол разделен двумя лучами на три угла. Один из них на  $10^\circ$  больше другого и на  $10^\circ$  меньше третьего. Найдите эти углы.

### Задача 3

Точка  $M$  расположена на отрезке  $AN$ , а точка  $N$  – на отрезке  $BM$ . Известно, что  $AB = 18$  и  $AM : MN : NB = 1 : 2 : 3$ . Найдите  $MN$ .

### Задача 4

На линейке длиной 9 см нет делений.

Нанесите на неё три промежуточных деления так, чтобы ею можно было измерять расстояние от 1 до 9 см с точностью до 1 см.

### Задача 5

Можно ли расставить на футбольном поле четырёх футболистов так, чтобы попарные расстояния между ними равнялись 1, 2, 3, 4, 5 и 6 метров?

### Задача 6

На прямой выбраны четыре точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , причём  $AB = 1$ ,  $BC = 2$ ,  $CD = 4$ . Чему может быть равно  $AD$ ?

### Задача 7

Точка  $C$  — середина отрезка  $AB$ . На отрезках  $AC$  и  $BC$  взяты точки  $M$  и  $N$ , причём  $AM : MC = CN : NB$ . Докажите, что отрезок  $MN$  равен половине отрезка  $AB$ .

### Задача 8

Точки  $C$ ,  $E$  и  $D$  делят отрезок  $AB$  в отношениях  $1 : 2$ ,  $1 : 3$  и  $1 : 4$  соответственно (считая от точки  $A$ ). В каком отношении точка  $E$  делит отрезок  $DC$ ?

### Задача 9

Через точку на плоскости провели 10 прямых, после чего плоскость разрезали по этим прямым на углы. Докажите, что хотя бы один из этих углов меньше  $20^\circ$ .

### Задача 10

Из точки  $O$  на плоскости выходят 4 луча, следующие друг за другом по часовой стрелке:  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  и  $OD$ . Известно, что сумма углов  $AOB$  и  $COD$  равна  $180^\circ$ . Докажите, что биссектрисы углов  $AOC$  и  $BOD$  перпендикулярны.

### Задача 11

Определите величину угла между часовой и минутной стрелками часов, показывающими 1 час 10 минут при условии, что обе стрелки движутся с постоянными скоростями.

**Задача 12**

Дан угольник, у которого есть ровно один угол в  $19^\circ$ , а про остальные углы ничего не известно. Можно ли с его помощью отложить угол в  $75^\circ$ ?

**Задача 13**

На прямой выбрали четыре точки  $A, B, C, D$  и измерили расстояния  $AB, AC, AD, BC, BD$  и  $CD$ . Могут ли они быть равными (в порядке возрастания)

- а) 1, 2, 3, 4, 5, 6;
- б) 1, 1, 1, 2, 2, 4.

**Задача 14**

На прямой отмечены отрезок  $AC$  и 45 точек, лежащих вне отрезка  $AC$ . Докажите, что сумма расстояний от этих точек до точки  $A$  не равна сумме расстояний до точки  $C$ .

**Задача 15**

По прямому шоссе со скоростью 60 км в час едет машина. Недалеко от шоссе стоит параллельный ему 100-метровый забор. Каждую секунду пассажир машины измеряет угол, под которым виден забор. Докажите, что сумма всех измеренных им углов меньше  $1100^\circ$ .