

Задание 4. Заданий много, все решать необязательно.

10. Выделив полный квадрат, доказать, что многочлен при любом значении входящих в него букв принимает только неотрицательные значения:

- 1) $a^2 + 2a + 3$;
- 2) $x^2m^2 - 6mx^2 + 9x^2$;
- 3) $16a^2b^4 - 8ab^2 + 2$;
- 4) $9x^2 - 12xy^4 + 12y^8$;
- 5) $4x^2 + 9y^2 + 4x + 6y + 2$;
- 6) $a^2b^4 + 2ab^2 + x^2 + 2xy + y^2 + 5$;
- 7) $m^4 - 4m^2n^2 + 4n^4 + 2m^2 - 4n^2 + 1$;
- 8) $(a + b)^2 + 6a + 6b + 10$.

11. Разложить многочлен на множители:

- 1) $2a - 2b$;
- 2) $ab + bc$;
- 3) $12x - 8xy$;
- 4) $a^2b^2 + b^4$;
- 5) $p^3 - p^2$;
- 6) $4a^3b - 2a^4b^2$;
- 7) $10ax - 25bx - 20x^2$;
- 8) $8a^2b^2x^2 - 4a^3b^3x^3 - 2a^4b^4x^4$;
- 9) $a^2 + a^3 - 2a^2c$;
- 10) $12a^2c - 8a^3c^2 - 4a^4c$;
- 11) $ax + bx - cx$;
- 12) $x(y + z) + u(z + y)$;
- 13) $a(b + 4) - b(4 + b)$;
- 14) $y(a - 1) - (a - 1)$;
- 15) $a(x - y) - b(y - x)$;
- 16) $2 + a^2 + 3a$;
- 17) $a(x + y) + (x^2 - y^2)$;
- 18) $x^2(z - 5) + 5 - z$;
- 19) $x^2 - y^4$;
- 20) $9p^2 - 25m^2$;
- 21) $ax - ay + 5x - 5y$;
- 22) $x^2y - z^2x + y^2x - yz^2$;
- 23) $b^4 + 4 - b - 4b^3$;
- 24) $b^3 + b^2c - b^2d - bcd$;
- 25) $8x^3 - y^3$;
- 26) $c^3d^3 - k^3$;
- 27) $c^6 + p^6$;
- 28) $x^3 + 64m^3$.

12. Разложить многочлен на множители:

- 1) $2a^2 + 4a + 2$;
- 2) $(a + b)^2 - (m - n)^2$;
- 3) $y^2 - 10y + 25 - 4m^2$;
- 4) $m^2 + n^2 + 2mn + 2m + 2n + 1$;
- 5) $ax^2 - bx^2 - bx + ax + a - b$;
- 6) $d^3 - p^3 + (p^2 - d)d^2$;
- 7) $8x^4 - 8y^6z^2 - x^2 + y^3z$;
- 8) $81a^8 - 16c^{12} + 3a^2 + 2c^3$;
- 9) $(a + b)^2 - c^2 + a + b + c$;
- 10) $(a - b)^2 - (c + d)^2 - a + b - c - d$;
- 11) $(m - n)^4 - p^4 - m + n - p$;
- 12) $(x + y)^4 - z^4 - x - y + z$;
- 13) $(a + b)^3 - (a - b)^3 - 2b$;
- 14) $(a + b)^3 + (a - b)^3 - 3a$;
- 15) $(b^2 - by)^4 - (b^2 + by)^4 - 2b^2$;
- 16) $(x^2 + bc)^3 - 8b^3c^3 - x^2 + bc$;
- 17) $2 - b^3y^3 - by$;
- 18) $(a - b)^3 - (c + d)^3 - a + b + c + d$;
- 19) $9a - 3ax + ax^2 - 27x^3$;
- 20) $a^3 + b^3 + a^2 - b^2$;
- 21) $a^3 - x^3 + 2x - 2a$;
- 22) $x^3 - 8 + (x + 2)^2 - 2x$;
- 23) $3x^3 - 3y^3 + 5x^2 - 5y^2$.

13. Доказать, что многочлен принимает неотрицательные значения при любых численных значениях входящих в него букв:

- 1) $x^2 + y^2 - 2xy + x - y + 1$;
- 2) $2x^2 + 5y^2 + 3z^2 - 6xy - 2xz + 5yz$;
- 3) $8x^2 + y^2 + 11z^2 + 4xy - 12xz - 5yz$;
- 4) $5x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 6xy - 8xz - 8yz$;
- 5) $3a^2 + 3b^2 + 3c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$;
- 6) $x^4 + x^3 + y^2 + x^2 + y + x + 2$;
- 7) $a^4 + b^4 + a^2b^2 + x^2 - xy + y^2 + 1$;
- 8) $x^4 + 2x^2a + a^2 + 2x^2 + 2a + 1$;
- 9) $(x + a)(x + 2a)(x + 3a)(x + 4a) + a^4$;
- 10) $(x^2 - xy + y^2)^3 + (x^2 + xy + y^2)^3$;
- 11) $a^6 + 2a^5x + 9x^4x^2 + 16a^3x^3 + 24a^2x^4 + 32ax^5 + 16x^6$;
- 12) $a^6b^4 + 4a^3b^2c + 4c^2 + x^2 + x + 2$;
- 13) $4x^2 + 4xy + 4y^2 - 6y + 4$;
- 14) $2x^2 + 4xa + 8xc + 12a^2 + 16c^2 + 1$;
- 15) $2x^2 - 2xy - 4xa + y^2 + 2a^2 + 2$.

607. 1) $2x^2 + 4xy + 2y^2$; 2) $5a^2 + 10ab + 5b^2$;
 3) $3m^2 - 6m + 3$; 4) $6p^2 - 12p + 6$;
 5) $3xy^2 + 6xy + 3x$; 6) $2a - 4ab + 2ab^2$;
 7) $12x^5y + 24x^4y + 12x^3y$; 8) $9a^4b^2 - 18a^3b^3 + 9a^2b^4$.
608. 1) $(a^2 + 1)^2 - 4a^2$; 2) $(x^2 + 4y)^2 - 16$;
 3) $36a^2 - (a^2 + 9)^2$; 4) $81 - (x^2 + 6x)^2$;
 5) $a^2 - 2ab + b^2 - c^2$; 6) $m^2 + 2mn + n^2 - p^2$.
609. 1) $9(5n - 4p)^2 - 64n^2$; 2) $100x^2 - 4(7x - 2y)^2$;
 3) $81a^2 - 16(2a - 3b)^2$; 4) $(a + 3b)^2 - 9(b - c)^2$;
 5) $9(2a - x)^2 - 4(3a - x)^2$; 6) $(4a + 3b)^2 - 16(a - b)^2$.
610. 1) $x^2 + 2xy + y^2 - 1$; 2) $p^2 - 2pq + q^2 - 4$;
 3) $9 - x^2 + 2xy - y^2$; 4) $4 - a^2 - 2ab - b^2$;
 5) $1 - m^2 + 2mn - n^2$; 6) $1 - p^2 - 2pq - q^2$;
 7) $4a^2 - 20ab + 25b^2 - 36$; 8) $16m^2 - 8mn + n^2 - 49$;
 9) $25x^2 - 4a^2 + 12ab - 9b^2$; 10) $9x^2 - 4y^2 + 4yz - z^2$.
611. 1) $a^2 - b^2 - a + b$; 2) $x^2 - y^2 + x + y$;
 3) $m^3 - m^2n - mn^2 + n^3$; 4) $x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$;
 5) $a^2 + 2ab + b^2 - ac - bc$;
 6) $xz - yz - x^2 + 2xy - y^2$;
 7) $m^2 + 2mn + n^2 - p^2 + 2pq - q^2$;
 8) $a^2 + 2ab + b^2 - c^2 - 2cd - d^2$.
612. 1) $x^5 - x^3 + x^2 - 1$; 2) $m^5 + m^3 - m^2 - 1$;
 3) $a^3 - 8 + 6a^2 - 12a$; 4) $p^3 + 8 + 6p^2 + 12p$;
 5) $a^4 + a^3 + a + 1$; 6) $x^4 + x^3 - x - 1$;
 7) $a^3 + a^2b - ab^2 - b^3$; 8) $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3$.
613. 1) $m^4 - n^4$; 2) $a^6 - b^6$;
 3) $x^4 + x^3 + x + 1$; 4) $a^6 - a^4 + 2a^3 + 2a^2$;
 5) $(a + b)^3 - (a - b)^3$; 6) $(a + b)^4 - (a - b)^4$.
- 614*. 1) $x^2 - 5x + 6$; 2) $x^2 + 6x + 8$;
 3) $a^2 - 7ab + 12b^2$; 4) $a^2 - 7ab + 10b^2$;
 5) $x^2 - x - 12$; 6) $x^2 + x - 12$;
 7) $a^2 - 3ab - 10b^2$; 8) $a^2 + 2ab - 15b^2$;
 9) $2a^2 + 10a + 12$; 10) $2x^2 + 14x + 24$;
 11) $2m^2 - 6m + 4$; 12) $3p^2 + 27p + 54$.
- 615*. 1) $a^3 + a^4 + 1$; 2) $a^4 + a^2b^2 + b^4$;
 3) $a^3 - 3a + 2$; 4) $x^3 + 3x^2 - 4$;
 5) $x^3 + x^2 - 2$; 6) $x^3 + 8x^2 + 19x + 12$;
 7) $x^6 - x^4 + 2x^3 + 2x^2$; 8) $x^4 + 5x^3 + 15x - 9$;
 9) $x^2 + 10xy - 70y - 49$; 10) $x^3 + 9x^2 + 26x + 24$.
- 616*. 1) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$; 2) $2x^3 + x^2 - 4x - 12$;
 3) $x^3 + 8x^2 + 17x + 10$; 4) $x^4 + x^3 + 6x^2 + 5x + 5$;
 5) $x^4 - 12x^3 + 47x^2 - 60x$;
 6) $x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$.