ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ.

Введение. Пример задачи.

Давайте сначала разберем следующую задачу:

Пример 1. Скорый поезд был задержан у семафора на 16 минут и ликвидировал опоздание на перегоне в 80 км, идя со скоростью на 10 км/час больше, чем по расписанию. Определить скорость поезда по расписанию.

Ответ: 50

Пример 2. Два лыжника вышли с линии старта одновременно с постоянными скоростями по одному и тому же маршруту, причем скорость первого лыжника составила 7/6 скорости второго. Вслед за ними через 20 минут отправился третий лыжник, который двигаясь со скоростью 18 км/час, догнал второго лыжника на 30 минут раньше, чем первого. Какова скорость первого лыжника?

Ответ: 14 км/час.

Пример 3. Бригада рабочих должна была изготовить 360 деталей. Изготавливая ежедневно на 4 детали больше, чем предполагалось по плану, бригада выполнила задание на день раньше срока. Сколько дней затратила бригада на выполнение задания ?

Решение: В подобных задачах, задачах на работу, часто бывает необходимо использовать понятие производительности труда, т.е. количества выполненной работы за единицу времени. Введем необходимую переменную: k - количество изготовляемых за один час деталей по плану. Тогда условие задачи можно записать в следующем виде: если t - время, необходимое по плану для изготовления 360 деталей, то $\begin{cases} tk=360 \\ (t-1)(k+4)=360 \end{cases}$. Решим полученную систему:

$$\begin{cases} tk=360 \\ (t-1)(k+4)=360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} tk=360 \\ tk+4t-k-4=360 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} tk=360 \\ k=4t-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t(4t-4)=360 \\ k=4t-4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} t^2-t-90=0 \\ k=4t-4 \end{cases}$$

. Решением данной системы служат две пары (t=-9, k=-40) и (t=10, k=36). Первая пара к решению исходной задачи отношения не имеет, а из второго решения получаем, что по плану необходимо для выполнения всего задания было затратить 10 дней. Реально же, как сказано в условии, затрачено было на один день меньше, т.е. 9 дней.

Ответ: 9 дней.

Когда мы решаем текстовую задачу алгебраическим методом, то ее решение осуществляется по следующему плану:

1. Моделирование ситуации, описанной в условии задачи.
2. Выбор неизвестных. Необходимо, чтобы неизвестных было как можно меньше.
3. Составление уравнений, исходя из данных задачи.
4. Решение полученного уравнения или системы уравнений. Отбор решений.

Задачи на движение.

Пример 1. Пешеход и велосипедист отправляются из городов A и B, расстояние между которыми равно 40 км., и встречаются спустя 2 часа после отправления. Затем они продолжают путь, причем велосипедист прибывает в город A на 7 ч. 30 мин. раньше, чем пешеход в город B. Найти скорость пешехода и велосипедиста.

Решение. Нам необходимо найти скорости пешехода и велосипедиста, так и возьмем их в качестве неизвестных и обозначим через $v_п$ и $v_в$ соответственно.

Анализируя первое условие, видим, что если сложить расстояние которое проходят и пешеход вместе за 2 часа, то получится 40 км. То есть записываем первое уравнение: $2v_п + 2v_в = 40$.

Анализируя второе условие, мы можем записать «временное» уравнение:

$$\underbrace{\frac{40}{v_п}}_{\text{время прохождения пути пешеходом}} - \underbrace{\frac{40}{v_в}}_{\text{время прохождения пути велосипедистом}} = 7\frac{1}{2}$$

Замечание: не забудьте переводить минуты в доли часа.

Решаем полученную систему:

$$\begin{cases} 2v_п + 2v_в = 40 \\ \dfrac{40}{v_п} - \dfrac{40}{v_в} = \dfrac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_п + v_в = 20 \\ \dfrac{1}{v_п} - \dfrac{1}{v_в} = \dfrac{3}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_п + v_в = 20 \\ \dfrac{v_в - v_п}{v_п \cdot v_в} = \dfrac{3}{16} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_п = 20 - v_в \\ \dfrac{2v_в - 20}{(20 - v_в)\cdot v_в} = \dfrac{3}{16} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} v_п = 20 - v_в \\ 32v_в - 320 = 60v_в - 3v_в^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_п = 20 - v_в \\ 3v_в^2 - 28v_в - 320 = 0 \end{cases}$$

Одно из решений данной системы - пары $v_в=16$ и $v_п=4$ является решением задачи, а второе нет , поскольку при этом скорость велосипедиста получается отрицательной.

Пример 2. От пристани A одновременно отправились вниз по течению катер и плот. Катер спустился вниз по течению на 96 км. и вернулся в A через 14 часов. Найти скорость катера в стоячей воде и скорость течения, если известно, что катер встретил плот на обратном пути на расстоянии 24 км от A.

Решение. При движении катера по течению ему помогает само течение реки и скорость катера равна сумме собственной скорости и скорости течения. При движении же против течения все наоборот, скорость катера получается вычитанием из собственной скорости скорости течения реки.

Будем выражать условия задачи через неизвестные:

$v_к$ - собственная скорость катера;

$v_т$ - скорость течения реки.

Запишем на алгебраическом языке первое условие: Общее время пути (14 ч.) есть сумма времени движения катера по течению $\frac{96}{v_к + v_т}$ и времени движения катера против течения $\frac{96}{v_к - v_т}$, т.е. $\frac{96}{v_к + v_т} + \frac{96}{v_к - v_т} = 14$

Для записи второго условия запишем время, прошедшее до встречи катера с плотом двумя способами:

$$\frac{96}{v_к + v_т} + \frac{96 - 24}{v_к - v_т} = \frac{24}{v_т}$$

время, затраченное

время, затраченное плотом (скорость плота катером равна скорости течения)

Итак, имеем два уравнения с двумя неизвестными: $\begin{cases} \frac{96}{v_к+v_т}+\frac{96}{v_к-v_т}=14 \\ \frac{96}{v_к+v_т}+\frac{72}{v_к-v_т}=\frac{24}{v_т} \end{cases}$

Решим данную систему.

$\begin{cases} \frac{48}{v_к+v_т}+\frac{48}{v_к-v_т}=7 \\ \frac{4}{v_к+v_т}+\frac{3}{v_к-v_т}=\frac{1}{v_т} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 48\left(v_к-v_т+v_к+v_т\right)=7\left(v_к^2-v_т^2\right) \\ \left(4\left(v_к-v_т\right)+3\left(v_к+v_т\right)\right)v_т=v_к^2-v_т^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 96v_к=7\left(v_к^2-v_т^2\right) \\ \left(7v_к-v_т\right)v_т=v_к^2-v_т^2 \end{cases} \Leftrightarrow$ $\begin{cases} 96v_к=7\left(v_к^2-v_т^2\right) \\ 7v_кv_т=v_к^2 \end{cases}$ (т.к. $v_к\neq0$) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} 96v_к=7\left(v_к^2-v_т^2\right) \\ 7v_т=v_к \end{cases}$ (подставляем $v_к=7v_т$ в первое уравнение системы) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} 96\cdot7v_т=7\left(49v_т^2-v_т^2\right) \\ 7v_т=v_к \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 96v_т=48v_т^2 \\ v_к=7v_т \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2v_т=v_т^2 \\ v_к=7v_т \end{cases}$ (т.к. $v_т\neq0$) $\Leftrightarrow$ $\begin{cases} v_т=2 \\ v_к=7v_т \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_т=2 \\ v_к=14 \end{cases}$.

Ответ: скорость течения - 2 км/ч, собственная скорость катера - 14 км/ч.

Задача 1. Из города А со скоростью 48 км/ч выехал мотоцикл. Через 50 мин. В том же направлении со скоростью 63 км/ч выехал автомобиль. Через сколько времени после выезда автомобиля расстояние между ним и мотоциклом окажется равным 42 км ?

Задача 2. Из пункта А в 12 часов вышел поезд. В 14 часов в том же направлении вышел другой поезд. Он нагнал первый поезд в 20 часов. Найдите средние скорости обоих поездов, если сумма средних скоростей равна 70 км/час. Ответ: 30 и 40

Проценты.

Задачи на проценты вызывают самые большие затруднения у школьников. Однако, для решения таких задач бывает достаточно только твердого понимания, что 1 процент (1%) от А - это одна сотая часть А. Так один процент от числа 155 есть 1,55. Если в условии задачи говорится, что число А увеличилось на х %, то можно посчитать, что оно увеличилось на $0,01\cdot x\cdot A$ (1 % это $0,01\cdot A$, следовательно х % - это $0,01\cdot x\cdot A$), следовательно все число стало $(1+0,01\cdot x)A$. Так, например, увеличение числа на 40 % есть увеличение его в 1,4 раза, обещание банком 300 % годовых есть увеличение вашего капитала в 4 раза. Если же число уменьшить на х %, то оно станет равным $(1-0,01\cdot x)A$. Так, уменьшение стоимости на 30 % есть уменьшение в 0,7 раза.

Для решения задач на проценты необходимо хорошо уяснить для себя соответствие между увеличением (уменьшением) на данное число процентов и увеличением (уменьшением) в данное число раз. Надеюсь, Вам поможет в этом следующие примеры.

Число:	Значит оно:
25% числа А	0,25А
340% числа А	3,4А
Увеличилось на 20%	Увеличилось в 1,2 раза
Увеличилось на 60%	Увеличилось в 1,6 раза
Увеличилось на 100%	Увеличилось в 2 раза
Увеличилось на 230%	Увеличилось в 3,3 раза
Уменьшилось на 70 %	Увеличилось в 0,3 раза
Уменьшилось на 10%	Увеличилось в 0,9 раза

Теперь перейдем непосредственно к разбору задач.

Пример 1.Определите первоначальную стоимость продукта, если после подорожания соответственно на 120%, 200% и 100% его конечная стоимость составила 264 р.

Решение: Пусть первоначальная стоимость продукта – А. После подорожания на 120% она стала составлять 2,2А, после подорожания на 200% она стала 3*2,2А, и наконец после подорожания на 100% она стала составлять 2*3*2,2А=13,2А. Имеем уравнение 13,2А=264, значит А=20 р.

Пример 2.Цена некоторого товара увеличилась на 20%, а затем снизилась на 20%. На сколько в итоге изменилась стоимость товара ?

Решение: Пусть первоначальная цена товара равна А рублей. После повышения на 20% она стала равняться 1,2А, а после понижения – 0,8*1,2А, т.е. 0,96А. Итак, товар вначале стоил А рублей, а в конце – 0,96А, значит его стоимость снизилась на 4%. (Как изменился бы ответ, если бы товар вначале подешевел на 20%, а затем подорожал на 20% ?)

Замечание – можно было считать, что товар вначале стоил 100 единиц (не обязательно рублей), тогда после повышения он стал стоить 120 единиц. А после понижения – 96 единиц. Значит, стоимость снизилась на 4%.

Пример 3. Цена на товар была повышена на 25 %. На сколько процентов ее надо снизить, чтобы получить первоначальную цену товара ?

Решение: Пусть товар вначале стоил А рублей. После повышения он стал стоить 1,25А. На сколько надо умножить данное число, чтобы опять получилось А ? Конечно, на 0,8. Значит, цену на товар необходимо понизить на 20%.

Пример 4. В течение года завод дважды увеличивал выпуск продукции на одно и тоже число процентов. Найти это число, если известно что в начале года завод ежемесячно выпускал 600 изделий, а в конце года завод ежемесячно выпускал 726 изделий.

Решение: Пусть x - процент увеличения выпуска продукции за месяц. По условию задачи это увеличение происходило два раза в год. После первого увеличения продукции стало выпускаться $(1+0,01\cdot x)\cdot 600$ = 600 + 6x изделий в месяц. После второго увеличения продукции стало $(1+0,01\cdot x)\cdot(600+6\text{x})$ (не забудьте, что второе увеличение происходит относительно уже увеличенного при первом разе объема выпускаемой продукции). В итоге мы получаем уравнение:

$(1+0,01\cdot x)\cdot(600+6\text{x})$ = 726

$(1+0,01\cdot x)^2\cdot 600$ = 726

$(1+0,01\cdot x)^2 = \frac{726}{600}$

$1+0,01\cdot x$ = 1,1 или $1+0,01\cdot x$ = -1,1

x = 10 или x = -210

Условию задачи удовлетворяет только x = 10.

Ответ: выпуск продукции повышался дважды на 10%.

Пример 5. К 1,5 кг 10% раствора соли добавили 2,5 кг 16% раствора этой же соли. Найти концентрацию соли в смеси.

Решение: Масса итоговой смеси составляет 4 кг. Чистая соль в итоговой смеси получается в результате объединения чистой соли ир первого и второго растворов. В первом растворе чистой соли будет 0,1*1,5=0,15 кг, а во втором растворе – 0,16*2,5=0,4 кг. Всего получили 0,55 кг чистой соли в смеси массой 4 кг. Процентное содержание этой соли в смеси найдем из пропорции:

4 кг – 100%

0,55 кг – X%, откуда X = 0,55*100/4=13,75%.

Внимательно продумайте данную задачу. Во многих задачах применяют один и тот же прием – **рассматривают массу чистого вещества**.

Пример 6. Сколько килограммов воды нужно добавить к 20 кг 5% раствора соли в воде, чтобы получить 4% раствор ?

Решение: Чистой соли в первоначальном растворе будет 0,05*20=1 кг. Столько же чистой соли будет и в новом растворе, поскольку добавлялась лишь вода. Массу всего раствора найдем из пропорции:

1 кг – 4%

X кг – 100%,

значит, масса всего раствора равна 100/4 = 25 кг, т.е. добавили 5 кг воды.

Пример 7. Свежие фрукты содержат 72% воды, а сухие 20% воды. Сколько фруктов получится из 20 кг свежих ?

Решение: Чистого вещества в свежих фруктах будет 28%, т.е. 0,28*20=5,6 кг. В сухих фруктах сухого вещества будет столько же, поскольку масса уменьшается за счет потери воды, и составит 80%. Массу сухих фруктов можно найти из пропорции:

5,6 кг – 80%

X кг - 100%,

значит, X=5,6*100/80=7 кг.

Пример 8. К 20 кг 4 % раствора соли в воде добавили 30 кг 5% раствора, а затем 8 % воды выпарили. Найти концентрацию соли в полученном растворе.

Решение: Запишем все вычисления в таблицу

	Масса	Чистая соль	Вода
1 раствор	20	0,04*20=0,8	0,96*20=19,2
2 раствор	30	0,05*30=1,5	0,95*30=28,5
итог	20+30=50	0,8+1,5=2,3	19,2+28,5=47,7
Выпаривание	-3,8		-0,08*47,7 ≈ - 3,8

Итог	50-3,8=46,2	2,3	43,9

Теперь из нижней строчки можно найти концентрацию соли в полученном растворе:

46,2 кг – 100%

2,3 кг - Х%,

откуда Х=2,3*100/46,2=5%. Значение приближенное, поскольку при подсчете выпаренной воды точное значение было заменено приближенным. Не переводя дробные числа в десятичную запись, найдите точное значение.

Пример 9. Из двух сплавов с 60% и 80% содержанием меди требуется получить 40 кг сплава с 75% содержанием меди. Сколько килограммов каждого сплава следует взять ?

Решение: Решим задачу, используя таблицу.

	масса	медь	Примесь
1 сплав	Х	0,6*Х	0,4*Х
2 сплав	40-Х	0,8*(40-Х)	0,2*(40-Х)
Итог	40	0,6*Х+0,8*(40-Х)	0,4*Х+0,2*(40-Х)

Поскольку в итоговом сплаве меди содержится 75%, то получим уравнение

0,6*Х+0,8*(40-Х)=0,75*40. Решим его.

0,6*Х+32-0,8*Х=30

-0,2*Х=-2

Х=10. Итак, 1 сплава нужно взять 10 кг, а второго 30 кг.

<u>Пример 10</u>. Кусок сплава меди и цинка массой в 36 кг. содержит 45 % меди. Какую массу меди нужно добавить к этому куску, чтобы полученный новый сплав содержал 60 % меди ?

Решение: Если в сплаве в 36 кг меди содержится 45 %, то легко вычислить и саму массу меди: 36 кг - 100 %

х кг - 45 %

откуда х = $\frac{36\cdot 45}{100}$ = 16,2 кг. (Впрочем можно было просто воспользоваться формулой $x = 0,01\cdot 45\cdot 36$.)

Если мы к этим 16,2 кг прибавим еще m кг меди, то в новом сплаве, вес которого увеличился на m кг и стал составлять 16,2 + m кг, это будет составлять 60 %, т.е.

16,2 + m - 100 %

16,2 - 60 %

откуда $(16,2+m)\cdot 60 = 16,2\cdot 100$. Решая это уравнение, находим m = 13,5 кг.

Ответ: к сплаву нужно добавить 13,5 кг меди.

Пример 11.Один сплав меди с оловом содержит эти металлы в отношении 2:3, а другой – в отношении 3:7. В каком количестве необходимо взять эти сплавы, чтобы получить 12 кг нового сплава, в котором медь и олово содержались бы в отношении 3:5 ?

Решение: Решение задачи аналогично предыдущей. Так отношение 2:3 можно интерпретировать, что одна часть составляет 40%, а вторая – 60%.

	масса	медь	олово
1 сплав	Х	0,4*Х	0,6*Х
2 сплав	12-Х	0,3*(12-Х)	0,7*(12-Х)
Итог	12	0,4*Х+0,3*(12-Х)	0,6*Х+0,7*(12-Х)

Имеем уравнение: (0,4*Х+0,3*(12-Х))/(0,6*Х+0,7*(12-Х))=3/5. Решим его.

(3,6+0,1*Х)/(8,4-0,1*Х)=3/5

5*(3,6+0,1*Х)=3*(8,4-0,1*Х)

18+0,5*Х=25,2-0,3*Х

0,8*Х=7,2

Х=9

Итак, 1 сплава необходимо взять 9 килограмм. А второго – 3 килограмма.

Другое решение можно получить, если записать уравнение для массы меди в итоговом сплаве: $\frac{2}{5}\cdot X+\frac{3}{10}\cdot(12-X)=\frac{3}{8}\cdot 12$

Задача 1. Цену товара сперва снизили на 20 %, затем новую цену снизили еще на 15 %, и, наконец, произвели снижение еще на 10 %. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара ?

Задача 2. Пчелы, перерабатывая, цветочный нектар в мед освобождают его от значительной части воды. Исследования показали, что нектар обычно содержит около 70 % воды, а полученный из него мед содержит только 17 % воды. Сколько килограммов нектара приходится перерабатывать пчеле для получения 1 кг меда ?

Задача 3. Вкладчик положил в банк вклад под 10% годовых. Как изменится его сумма через 3 года ?

Задача 4. Найти два числа, если 10% первого числа составляют 25% от второго, а отношение произведения двух чисел к их сумме равно 10.

Задача 5. Сколько надо взять 20% раствора соли, чтобы при смешивании с 2 л 10% раствора соли получить 12% раствор ?

Задача 6. Лекарственная ромашка теряет при сушке 84% массы. Сколько килограммов ромашки надо собрать, чтобы получить 8 кг сухого растения ?

Задача 7. Сплав олова с медью массой 12 кг содержит 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить, чтобы получить сплав, содержащий 40% меди ?

Задача 8. Первое число равно 0,6, а второе 0,2. Сколько процентов первое число составляет от суммы этих чисел ? Ответ: 75

Решение: надо найти, сколько будет 0,6 от 0,8. Легко это сделать из пропорции:

0,8 – 100%

0,6 – X%, откуда X=0,6*100/0,8=75 %

Работа.

Пример 4. Две бригады рабочих, работая одновременно, могут выполнить всю работу в 8 дней. Если бы работало 2/3 рабочих и 0,8 второй, то работа была бы выполнена в $11\frac{1}{4}$ дней. Во сколько дней могла бы выполнить эту работу каждая бригада в отдельности ?

Решение: Введем переменные, выражающие производительность 1 и 2 бригад:

k_1 - количество выполненной работы за 1 день первой бригадой

k_2 - количество выполненной работы за 1 день второй бригадой.

Работая одновременно, они за 1 день выполняют $k_1 + k_2$ работы, т.е. общий объем работы есть $V = 8(k_1 + k_2)$. После уменьшения в x раз состава бригады пропорционально уменьшается и производительность бригады, т.е. она уменьшается тоже в x раз. Учитывая это, можно записать $V = \left(\frac{2}{3}k_1 + \frac{4}{5}k_2\right)\cdot 11\frac{1}{4} = \frac{45}{4}\cdot\frac{2}{3}k_1 + \frac{45}{4}\cdot\frac{4}{5}k_2 = \frac{15}{2}k_1 + 9k_2$.

Для того, чтобы найти во сколько дней могла бы выполнить эту работы каждая из бригад в отдельности, необходимо поделить общий объем работы на производительность бригады, т.е. необходимо найти $\frac{V}{k_1}$ и $\frac{V}{k_2}$. Поскольку из первого уравнения получаем $\frac{V}{k_1} = 8 + 8\cdot\frac{k_2}{k_1}$, то необходимо отношение k_1 к k_2. Сделать это можно приравняв выражения для V: $8(k_1 + k_2) = \frac{15}{2}k_1 + 9k_2$ $\Leftrightarrow$ $0{,}5k_1 = k_2$. Теперь находим ответ к задаче: $\frac{V}{k_1} = 8+8\cdot\frac{k_2}{k_1} = 8+4 = 12$, $\frac{V}{k_2} = 8+8\cdot\frac{k_1}{k_2} = 8 + 16 = 24$.

Ответ: первая бригада выполнит всю работу за 12 часов, а вторая за 24.

Замечание 1. Попробуйте найти другое решение этой задачи, вводя переменные, выражающие количества дней, необходимых дня выполнения всей работы каждой из бригад.

Замечание 2. Мы могли бы принять всю работу V за 1 единицу, меняя тем самым единицу измерения. В этом случае производительность - это та часть всей работы, которая выполняется в единицу времени. При этом получилась бы система из двух уравнений, но уже с двумя, а не с тремя неизвестными.

Замечание 3. Производительность - скорость работы, поэтому при решении задач на работу можно пользоваться аналогиями из задач про движение.

Задача 1. Двое рабочих, работая одновременно, выполнили всю работу за 5 дней. Если бы первый рабочий работал в два раза быстрее, а второй в два раза медленнее, то всю работу они выполнили бы за 4 дня. За сколько дней выполнил бы всю работу первый рабочий? Ответ: 10

Контрольные вопросы:

1. Какова связь между скоростью, временем и расстоянием ?
2. Какова длина поезда, если он при скорости a км/ч проезжает мимо неподвижного наблюдателя за t сек. ?
3. Собственная скорость катера - 20 км/ч, скорость течения - 3 км/ч. Какое расстояние проплывает катер за 1 час соответственно по течению реки и против ?
4. Скорость течения реки - 4 км/ч. За какое время на плоту Вы сможете добраться до турбазы, которая находится вниз по реке на 6 км ?
5. Что такое средняя скорость ?
6. Турист шел первую треть пути со скоростью 6 км/ч, а остальное - со скоростью 4 км/ч. Какова средняя скорость туриста на всем пути ?
7. Какова связь между производительностью труда, временем, затраченным на работу и объемом выполненной работы.
8. Через одну трубу вода вливается в бак со скоростью 100 л/ч, а через вторую выливается со скоростью 25 л/ч. За какое время наполнится бак объемом 300 л, если открыты обе трубы ?
9. Если производительность одного рабочего составляет 15 дет/час, а производительность второго рабочего составляет 25 дет/час, то сколько деталей они вместе сделают за один час ? За какое время они, работая вместе, сделают 10 деталей ?
10. Чему равно 42 % от 20 ?

Задания для самостоятельного решения.

Движение.

Группа А.

1. От пристани А вниз по течению отправились катер и плот. Катер доплыл до В, повернул обратно и встретил плот через 4 ч после выхода из А. Сколько времени катер шел из А в В. Ответ:
2. Найдите скорость и длину поезда, зная, что он проходит с постоянной скоростью мимо неподвижного наблюдателя в течении 7 с и тратит 25 с на то, чтобы проехать с той же скоростью вдоль платформы длиной 378 метров. Ответ:
3. Автомобиль проходит расстояние от пункта А до пункта В с постоянной скоростью. Если бы он увеличил скорость на 6 км/час, то затратил на прохождение пути на 4 часа меньше. А со скоростью, меньшей на 6 км/час, он потратил бы на 6 часов больше. Найти расстояние между пунктами А и В. Ответ:
4. После встречи двух пароходов один из них пошел на юг, а другой — на запад. Через два часа после встречи расстояние между ними стало 60 км. Найдите скорость каждого парохода, если известно, что скорость одного из них была на 6 км/час больше скорости второго. Ответ:
5. Катер вверх против течения реки прошел 4 км, затем вниз по течению еще 39 км, затратив на все 1 час времени. Найти скорость катера в стоячей воде, если скорость течения реки равна 7,5 км/час. Ответ:
6. Расстояние между пунктами А и В, равное 80 км, второй грузовик проезжает на два часа быстрее первого. За сколько часов первый грузовик пройдет путь из А в В и обратно, если за один час, двигаясь навстречу друг другу, они вместе пройдут ¾ пути от А до В. Ответ:
7. Пароход, отчалив от пристани А, спустился вниз по течению реки на 60 км до устья впадающего в реку притока и поднялся вверх по притоку (против течения) на 20 км до пристани В. Весь путь от А до В пароход прошел за 7 часов. Скорость течения реки и скорость течения притока равны 1 км/час. Найти собственную скорость парохода. Ответ:
8. Из одного и того же города вышли два поезда, причем первый из них прошел 240 км, а второй 300 км. Скорость первого поезда на 10 км/час больше скорости второго, а на весь путь первый потратил на 4 часа меньше, чем второй на свой путь. Определить скорости поездов. Ответ:
9. За 5 часов мотоциклист проезжает на 259 км больше, чем велосипедист за 4 часа. За 10 часов велосипедист проезжает на 56 км больше, чем мотоциклист за 2 часа. Определить скорость велосипедиста. Ответ:

Группа В.

1. Автомобиль, пройдя путь от А до В, равный 300 км, повернул назад и после 1 ч 20 мин после выхода из В увеличил скорость на 16 км/ч. В результате на обратный путь он затратил на 48 мин меньше, чем на путь из А в В. Найти первоначальную скорость автомобиля.
2. Два автомобиля выезжают одновременно навстречу друг другу из А в В и из В в А. После встречи одному приходится быть в пути еще 2 часа, а другому $\frac{9}{8}$ часа. Определить скорость автомобилей, если расстояние между А и В равно 210.
3. Велосипедист проехал 96 км на два часа быстрее, чем предполагал. При этом за каждый час он проезжал на 1 км больше, чем ранее предполагал проезжать за 1 ч 15 мин. С какой скоростью он ехал? Ответ:
4. Из пунктов А и В, расположенных на расстоянии 50 км, навстречу друг другу одновременно вышли два пешехода. Через 5 часов они встретились. После встречи скорость первого пешехода, идущего из А в В, уменьшилась на 1 км/ч, а скорость второго пешехода, идущего из В в А, возросла на 1 км/ч. Известно, что первый

пешеход прибыл в пункт В на 2 часа раньше, чем второй пешеход прибыл в пункт А. Определите первоначальную скорость первого пешехода. Ответ:

5. Два велосипедиста выехали навстречу друг другу из пунктов А и В, расстояние между которыми равно 28 км. Через час езды они встретились, и не останавливаясь, продолжили ехать с той же скоростью. Первый прибыл в пункт В на 35 минут раньше, чем второй в пункт А. Какова скорость каждого велосипедиста? Ответ:
6. Из А в В через равные промежутки времени отправляются три машины. В пункт В они прибывают одновременно, затем выезжают в пункт С, расположенный на расстоянии 120 км от пункта В. Первая машина прибывает туда через 1 час после второй, третья машина, прибыв в пункт С, сразу поворачивает обратно и в 40 км от СА встречает первую машину. Найти скорость первой машины. Ответ:
7. (А или В) Из пункта А в пункт В выехал велосипедист, а через четверть часа вслед за ним выехал автомобиль. На половине пути от А до В автомобиль догнал велосипедиста. Когда автомобиль прибыл в пункт В, велосипедисту оставалось проехать еще треть пути. За сколько минут велосипедист проехал путь от А до В, если известно, что скорости велосипедиста и автомобиля постоянны на всем пути от пункта А до пункта В? Ответ:
8. Пешеход, велосипедист и мотоциклист движутся по шоссе в одну сторону с постоянными скоростями. В тот момент, когда пешеход и велосипедист находились в одной точке, мотоциклист был на расстоянии 6 км позади них. В тот момент, когда мотоциклист догнал велосипедиста, пешеход отставал от них на 3 км. На сколько километров велосипедист обогнал пешехода в тот момент, когда пешехода настиг мотоцикл? Ответ:
9. В гору ехал автомобиль. В первую секунду после достижения пункта А он проехал 30 м, а в каждую следующую секунду он проезжал на 2 м меньше, чем в предыдущую. Через 9 сек после того, как автомобиль достиг пункта А, навстречу ему выехал автобус из пункта В, находящегося на расстоянии 258 метров от пункта А. В первую секунду автобус проехал 2 м, а в каждую следующую он проезжал на 1 м больше, чем в предыдущую. Какое расстояние проехал автобус до встречи с автомобилем? Ответ:
10. (В или А). Одновременно из пунктов А и С в пункт В отправляются два туриста. Через 4 часа они прибыли в пункт В. Второй турист каждый километр проходил на 3 минуты быстрее первого, так как путь от С до В на 4 км длиннее пути от А до В. Определите скорость первого туриста. Ответ:
11. Из пункта А в пункт В выехал велосипедист. В тот момент, когда он проехал ¼ пути между А и В, из В в А выехал мотоциклист, который, прибыв в А, не задерживаясь, повернул обратно и одновременно с велосипедистом прибыл в В. Время движения мотоциклиста до первой встречи с велосипедистом равно времени движения мотоциклиста из А в В. Считая скорости мотоциклиста при движении из А в В и из В в А различными, найти, во сколько раз скорость мотоциклиста при движении из А в В больше скорости велосипедиста. Ответ:

Работа.

Группа А.

1. Две машинистки вместе напечатали 65 страниц, причем первая работала на 1 час больше второй. Однако, вторая машинистка печатает в час на две страницы больше первой, и поэтому она напечатала на 5 страниц больше. Сколько страниц в час печатает каждая машинистка ? Ответ:
2. В бассейн проведены две трубы разного сечения - равномерно подающая, другая - равномерно отводящая воду, причем через первую бассейн наполняется на 2 часа дольше, чем через вторую опорожняется. При заполненном на 1/3 бассейн были открыты обе трубы и бассейн оказался пустым спустя 8 часов. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет, а вторая опорожняет бассейн ? Ответ:
3. Двое рабочих выполняют всю работу за 10 дней, причем последние 2 дня первый из них не работал. За сколько времени первый рабочий выполнил бы всю работу, если известно, что за первые 7 дней они вместе выполнили 80 % всей работы ? Ответ:
4. Пароход грузится подъемными кранами. Начали грузить 4 крана одинаковой мощности. Когда они проработали 2 часа, к ним присоединились еще 2 крана меньшей мощности, и после этого погрузка была окончена через 3 часа. Если бы все краны начали работать одновременно, то погрузка заняла бы 4,5 часа. Определить, за сколько часов мог бы загрузить пароход один кран большей мощности.Ответ:
5. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить некоторую работу за 30 дней. После шестидневной совместной работы один из них, работая отдельно еще 40 дней, может закончить эту работу. За сколько дней каждый из них, работая отдельно, может выполнить эту работу? Ответ:
6. Три тракторные бригады вместе вспахивают поле за 4 дня. Первая и вторая бригады вместе вспахали бы это поле за 6 дней, а первая и третья вместе — за 8 дней. Во сколько раз вторая бригада вспахивает за день больше, чем третья? Ответ:
7. Бассейн наполняется из двух труб за 7,5 часов. Если открыть только первую трубу, то бассейн наполнится на 8 часов быстрее, чем если открыть только вторую трубу. Сколько времени будет наполняться бассейн второй трубой? Ответ:
8. Бригада маляров начала красить цех. Через 5 дней вторая бригада начала красить другой такой же цех и закончила покраску одновременно с первой. Если бы они стали красить первый цех вместе, то им понадобилось бы на это 6 дней. Сколько времени первая бригада красила цех? Ответ:
9. Двум рабочим было поручено изготовить партию одинаковых деталей. После того, как первый проработал 7 часов и второй 4 часа, оказалось, что они выполнили 5/9 всей работы. Проработав совместно еще 4 часа, они установили, что им осталось выполнить 1/18 всей работы. За сколько часов каждый из рабочих, работая отдельно, мог бы выполнить всю работу? Ответ:
10. Трактористы А и В вспахали поле. В первый день они вспахали 1/3 поля, причем А работал 2 часа, а В — на 1 час больше. Оставшуюся часть поля они вспахивали на другой день, при этом А работал 5 часов, а В - 4,5 часов. За сколько часов работы тракторист В мог бы вспахать поле один? Ответ:
11. Трое рабочих первого разряда и пять рабочих второго разряда выполнили работу за 2,5 дня. За один день пять рабочих первого разряда и три рабочих второго разряда выполняют 34/75 этой работы. За сколько дней выполнят работу 6 рабочих первого разряда и 15 рабочих второго разряда? Ответ:
12. Первая бригада выполняет работу на 2 часа быстрее второй бригады и на 7 часов медленнее, чем обе бригады, работающие одновременно. Выполнят ли бригады, работающие одновременно, эту работу быстрее, чем за 7 час. 57 мин.? Ответ:
13. Лошадь съедает копну сена за 2 суток, корова может съесть такую же копну за 3 суток, а овца — за 6 суток. За какое время съедят эту копну лошадь, корова и овца вместе? Ответ:

Группа В.

1. Три бригады работают с одинаковой производительностью, прокладывая рельсовые пути. Первая и третья бригады, работая совместно, прокладывают 15 км путей в месяц. Три бригады вместе укладывают в месяц путей в два раза больше, чем вторая и первая бригада при их совместной работе. Найдите, сколько километров путей укладывает в месяц третья бригада, если известно, что вторая бригада совместно с третьей уложили некоторый участок пути в четыре раза быстрее, чем его уложила бы одна вторая бригада. Ответ:
2. Два насоса, работая одновременно, наполняют бассейн за 8 часов. Известно, что производительность второго насоса равна 10 $м^3$/час. Если производительность первого насоса увеличить на 5 $м^3$/час, то бассейн будет наполняться с первого насоса на 10 часов быстрее, чем с помощью второго. Определить производительно первого насоса. Ответ:
3. Имеются два картофельных поля. Сначала первое поле было убрано бригадой А, а затем второе поле было убрано вместе бригадами А и В. После того, как была убрана 1/3 всей площади, оказалось, что время, необходимое для окончания уборки, в 21/13 раз меньше, времени, за которое могла бы убрать оба поля одна бригада А. Известно также, что если бы второе поле убирала только бригада В, то ей для этого потребовалось бы время, вдвое большее того, за которое могла бы убрать оба поля одна бригада А. Во сколько раз производительность бригады А больше производительности бригады В? Ответ:
4. (А или В) Экскаватор роет котлован. После того, как было вынуто 20 $м^3$ грунта, производительность экскаватора снизилась на 5 $м^3$/час. Найдите первоначальную производительность экскаватора, если через 8 часов работы было вынуто 50 $м^3$ грунта. Ответ:
5. Три каменщика (разной квалификации) выложили кирпичную стену, причем первый каменщик проработал 6 часов, второй — 4 часа и третий — 7 часов. Если бы первый каменщик работал 4 часа, второй — 2 часа и третий — 5 часов, то было бы выполнено лишь 2/3 всей работы. За сколько часов каменщики закончили бы кладку, если бы они работали все вместе одно и то же время? Ответ:

Проценты.

Группа А.

1. Объем строительных работ увеличился на 80%. На сколько процентов надо увеличить число рабочих, если производительность труда повысится на 25% ? Ответ:
2. Сколько граммов 8% серной кислоты можно получить из 200 г жидкости, содержащей 2% серной кислоты ?
3. Из 40 т руды выплавляют 20 т металла. Сколько процентов примесей содержит металл, если в руде 53% примесей ? Ответ:
4. Собрали 100 кг грибов, влажность которых составила 99%. Когда грибы подсушили, их влажность снизилась до 98%. Какова стала их масса ?
5. Смешали 30% и 20% растворы соляной кислоты и получили 600 г 27,5% раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято ? Ответ:
6. Смешали 1 кг 30% раствора соли с 2 кг раствора этой же соли меньшей концентрации. В результате получили 3 кг 25% раствора. Найти концентрацию второго раствора.
7. Из молока 5% жирности получают творог 15,5% жирности, при этом остается сыворотка, жирность которой 0,5%. Сколько творога получается из 1 т молока ? Ответ:
8. Имеется кусок сплава меди с оловом массой 15 кг, содержащий 40% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому куску, чтобы получившийся новый сплав содержал 30% меди ? Ответ:
9. Имеется сталь двух сортов с содержанием никеля в 5% и 40%. Сколько нужно взять каждого из этих сортов стали, чтобы получить 140 т стали с содержанием никеля в 30% ?
10. Сплав магния с алюминием, содержащий магния на 16 кг меньше, чем алюминия, сплавили с 5 кг алюминия. В результате содержание алюминия повысилось на 2%. Сколько килограммов алюминия было в сплаве первоначально ?
11. Имеются два слитка, содержащие медь. Масса второго слитка на 3 кг больше, чем масса первого слитка. Процентное содержание меди в первом слитке — 10%, во втором — 40%. После сплавливания этих двух слитков получился слиток, процентное содержание меди в котором — 30%. Определить массу полученного слитка. Ответ:
12. После двух последовательных повышений зарплата увеличилась в $1\frac{7}{8}$ раза. На сколько процентов повысилась зарплата в первый раз, если второе повышение по количеству процентов было вдвое больше, чем первое? Ответ:
13. Из цистерны в бассейн сначала перелили 50% имеющейся в цистерне воды, затем 100 л, затем еще 5% от остатка. При этом количество воды в бассейне возросло на 31%. Сколько воды было в цистерне, если в бассейне первоначально было 2000 литров воды? Ответ:
14. В банк помещен вклад в размере 3900 тыс. руб. под 50% годовых. В конце каждого из первых четырех лет хранения после вычисления процентов вкладчик дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу пятого года после вычисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 725%. Какую сумму вкладчик ежегодно добавлял к своему вкладу? Ответ:
15. (А или В) В двух банках в конце года на каждый счет начисляется прибыль: в первом — 60% к текущей сумме на счете, во втором — 40% к текущей сумме на счете. Вкладчик в начале года часть имеющихся у него денег положил в первый банк, а остальные деньги — во второй банк, с таким расчетом, чтобы через два года суммарное количество денег на обоих счетах удвоилось. Какую долю денег вкладчик положил в первый банк? Ответ:

Группа В.

1. В сосуде было 12 л соляной кислоты. Часть кислоты отлили и сосуд долили водой. Затем снова отлили столько же и опять долили водой. Сколько жидкости отливали каждый раз, если в сосуде оказался 25 % раствор кислоты ?

2. Из бутыли, наполненной 12% раствором соли, отлили 1 л и долили бутыль водой, затем отлили еще литр и опять долили водой. В бутылке оказался 3% раствор соли. Какова вместимость бутылки ?
3. (А или В) Имеется три сплава. Первый сплав содержит 30% никеля и 70% меди, второй — 10% меди и 90% марганца, третий — 15% никеля, 25% меди и 60% марганца. Из них необходимо приготовить новый сплав, содержащий 40% марганца. Какое наименьшее и какое наибольшее процентное содержание меди может быть в этом новом сплаве? Ответ:
4. Имеется два слитка золота с серебром. Процентное содержание золота в первом слитке в два раза больше, чем процентное содержание золота во втором слитке. Если сплавить оба слитка вместе, то получится слиток, в котором будет 40% золота. Найти, во сколько раз первый слиток тяжелее второго, если известно, что при сплавке равных по весу частей первого и второго слитков получается слиток, в котором содержится 35% золота. Ответ:
5. Один сплав состоит из двух металлов, входящих в отношении 1:2, а другой содержит те же металлы в отношении 2:3. Сколько частей каждого металла нужно взять, чтобы получить третий сплав, содержащий те же металлы в отношении 17:27 ?
6. Имеются два сплава золота с серебром. В одном количество этих металлов находится в отношении 2:3, а в другом – в отношении 3:7. Сколько килограммов каждого сплава нужно взять, чтобы получить 8 кг нового сплава, в котором золото и серебро содержались бы в отношении 5:11 ?
7. (В или А) Имеются два сплава меди и цинка. В первом сплаве меди в 2 раза больше, чем цинка, а во втором в 5 раз меньше, чем цинка. Во сколько раз больше надо взять второго сплава, чем первого, чтобы получить новый сплав, в котором цинка было бы в 2 раза больше, чем меди? Ответ:
8. К 22 часам 20% непроголосовавших к 18 часам человек проголосовало, после чего процент непроголосоввших людей составил 32%. На сколько процентов увеличилось количество проголосовавших к 22 часам по сравнению с проголосовавшими к 18 часам? Ответ:
9. Имеется два раствора серной кислоты в воде: первый — 40%, второй — 60%. Эти два раствора смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20% раствор. Если бы вместо 5 кг чистой воды добавили 5 кг 80% раствора, то получился бы 70% раствор. Сколько было 40% и 60% растворов? Ответ:
10. Первый раствор содержит 20% азотной кислоты и 80% воды, второй — 60% азотной кислоты и 40% воды. Первая смесь была получена из 15 литров первого раствора и некоторого количества второго раствора. Смешав то же самое количество второго раствора с 5 литрами первого раствора, получили вторую смесь. Сколько литров второго раствора было использовано для приготовления первой смеси, если процентное содержание воды во второй смеси вдвое больше процентного содержания кислоты в первой? Ответ:
11. Выработка продукции за год работы предприятия возросла на p%, а на следующий год она возросла на 10% больше, чем в первый год. Определить, на сколько процентов увеличилась выработка за первый год, если известно, что за два года она увеличилась в общей сложности на 48,59%. Ответ: